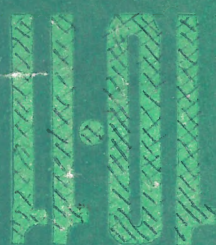




АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА



АЛГЕБРА
И НАЧАЛА
АНАЛИЗА



$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

$$(x^a)' = a x^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$\log_a' x = \frac{1}{x \ln a}$$

$$\ln' x = \frac{1}{x}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$C' = 0$$

$$(Cu)' = Cu'$$

$$(u \pm v)' = u' \pm v'$$

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

6.11.0.

$$(x^a)' = a x^{a-1} \quad \sin' x = \cos x$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad \cos' x = -\sin x$$

$$\log_a' x = \frac{1}{x \ln a} \quad \operatorname{tg}' x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\ln' x = \frac{1}{x} \quad \operatorname{ctg}' x = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$C' = 0 \quad (uv)' = u'v + uv'$$

$$(Cu)' = Cu' \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(u \pm v)' = u' \pm v' \quad u'(kx) = ku'$$

$$-2 \sin \frac{a-b}{2} \cos \frac{a+b}{2}$$

$$-2 \sin \frac{a-b}{2} \cos \frac{a+b}{2}$$

$$-2 \sin \frac{a-b}{2} \sin \frac{a+b}{2}$$

$$2 \cos \frac{a-b}{2} \cos \frac{a+b}{2}$$

$$\frac{1 - \cos a}{\sin a} = \frac{2 \sin^2 \frac{a}{2}}{2 \sin \frac{a}{2} \cos \frac{a}{2}} = \frac{\sin \frac{a}{2}}{\cos \frac{a}{2}} = \operatorname{tg} \frac{a}{2}$$

$$\frac{\operatorname{tg}^2 a}{1 + \operatorname{tg}^2 a} = \frac{\sin^2 a}{\cos^2 a + \sin^2 a} = \sin^2 a$$

$$\sin^2 a - \sin^2 b = 1 - 2 \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1$$

$$\sin a \cos a$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 a = \frac{1}{\sin^2 a}$$

$$\operatorname{tg} a \operatorname{ctg} a = 1$$

А.Л.
И.И.
А.Н.

Под

•

Утве
Госу
по н

МО



Утверждено
Государственным комитетом
СССР
по народному образованию

Под редакцией А. Н. КОЛМОГорова

УЧЕБНИК
для 10—11
классов
средней
школы

АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА

ББК 22.14я72
А45

Авторы: А. Н. КОЛМОГОРОВ, А. М. АБРАМОВ, Ю. П. ДУДНИЦЫН,
Б. М. ИВЛЕВ, С. И. ШВАРЦБУРД

Учебник удостоен премии на Всесоюзном конкурсе
учебников для средней общеобразовательной школы

Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10—11 кл. сред. шк./
А45 А. Н. Колмогоров, А. М. Абрамов, Ю. П. Дудницын и др.;
Под ред. А. Н. Колмогорова.— М.: Просвещение, 1990.—
320 с.: ил.— ISBN 5-09-002691-2

А 4306020000—327
103(03) — 90 инф. письмо — 90

ББК 22.14я72 + 22.161я72

Учебное издание

Колмогоров Андрей Николаевич
Абрамов Александр Михайлович
Дудницын Юрий Павлович и др.

АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА

Учебник для 10—11 классов
средней школы

Зав. редакцией *Т. А. Бурмистрова*
Редактор *Л. Н. Белоновская*
Младшие редакторы *О. В. Агапова, Е. А. Буюклян*
Художники *В. В. Костин, Б. Л. Николаев*
Художественный редактор *Ю. В. Пахомов*
Технический редактор *Л. М. Абрамова*
Корректор *Н. С. Соболева*

ИБ № 12623

Сдано в набор 21.06.89. Подписано к печати 29.12.89. Формат 60×90¹/₁₆. Бум. типограф. № 1. Гарнит.
литерат. Печать высокая. Усл. печ. л. 20+0,25 форз. Усл. кр.-отт. 21,19. Уч.-изд. л. 18,05+0,42 форз.
Тираж 2 996 000 экз. Заказ № 581. Цена 65 коп.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Просвещение» Государственного комитета РСФСР по
делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 129846, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Саратовский ордена Трудового Красного Знамени полиграфический комбинат Государственного
комитета РСФСР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 410004, Саратов,
ул. Чернышевского, 59.

ISBN 5-09-002691-2

© Колмогоров А. Н., Абрамов А. М.,
Дудницын Ю. П. и др., 1990

ПРЕ

Вы начинаете изучать но
названии указывает на то, ч
знакомы. Как и в предыду
уделено «буквенному исчис
ний, составлению и решени
Наряду с решением уже зна
нами, рациональными дробя
стоит расширить область пр
новые сведения из тригоном

Принципиально новая ча
анализа. Математический ана
тематики, оформившаяся в У
две основные части: диффер
ния. Анализ возник благо
(в первую очередь И. Нью
мадную роль в развитии есте
статочно универсальный ме
кающих при решении разнос
ство с начальными поняти
водная, дифференцирование
иска максимумов и миним
целей курса. Добавим, что а
математике. Элементы анализ
нительно недавно.

Несколько замечаний о т
лавление и предметный указ
могут вам быстро найти нуж
му. Ответы и указания к у
вующем разделе. Для знако
предлагаемых задач привод
выделенных значками ○ и ●
ченные в каждый пункт до
уметь решать для получения
дачи задают обязательный у
щие после черты, чуть слож

Чтобы помочь вам при по
це каждой главы приведен
основного материала. Ответ
таких задач можно найти

О происхождении изучае
о людях, создававших матем

Олимпиада Оксфорд

ГЛАВА III. ПЕРВООБРАЗНАЯ И ИНТЕГРАЛ

§ 7. Первообразная	
26. Определение первообразной	169
27. Основное свойство первообразной	172
28. Три правила нахождения первообразных	176
§ 8. Интеграл	
29. Площадь криволинейной трапеции	179
30. Формула Ньютона — Лейбница	183
31. Применения интеграла	188
Сведения из истории	193
Вопросы и задачи на повторение	199

ГЛАВА IV. ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ И ЛОГАРИФИЧЕСКАЯ ФУНКЦИИ

§ 9. Обобщение понятия степени	
32. Корень n -й степени и его свойства	201
33. Иррациональные уравнения	206
34. Степень с рациональным показателем	209
§ 10. Показательная и логарифмическая функции	
35. Показательная функция	216
36. Решение показательных уравнений и неравенств	221
37. Логарифмы и их свойства	224
38. Логарифмическая функция	229
39. Решение логарифмических уравнений и неравенств	233
40 [∇] . Понятие об обратной функции	236
§ 11. Производная показательной и логарифмической функций	
41. Производная показательной функции. Число e	241
42. Производная логарифмической функции	245
43. Степенная функция	248
44. Понятие о дифференциальных уравнениях	252
Сведения из истории	257
Вопросы и задачи на повторение	261

ГЛАВА V. ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

§ 1. Действительные числа	265
§ 2. Тождественные преобразования	268
§ 3. Функции	274
§ 4. Уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств	282
§ 5. Производная, первообразная, интеграл и их применения	292
Ответы и указания к упражнениям	299
Предметный указатель	316

Одобрено Орденом 1990/91 - 5

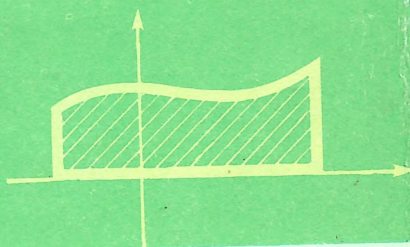
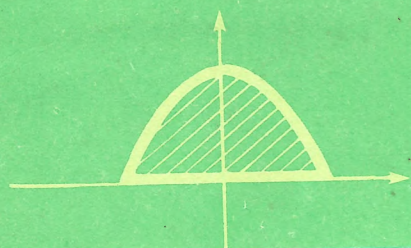
169	Ой
172	Оразной
176	Опервообразных
179	Опелции
183	Обница
188
193
199
201	О свойства
206
209	О показателем
216	Ческая функция
221	Уравнений и неравенств
224
229
233	Уравнений и неравенств
236
241	О гармонической функции
245	Ой функции. Число e
248	Ой функции
252	Вывод уравнений
257
261
265
268
274
282
292
299
316

ОБОБЩАЮЩАЯ И ИНТЕГРАЛ

ОДНО НА ПОВТОРЕНИЕ

Однородности и неравенств

интервал и их применения



$$F(x) = \int f(x) dx \quad F'(x) = f(x)$$

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

$$\int k f(x) dx = k \int f(x) dx$$

$$\int f(kx+b) dx = \frac{1}{k} F(kx+b)$$

$$a^x a^y = a^{x+y}$$

$$(ab)^x = a^x b^x$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

$$a^0 = 1$$

$$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$$

$$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$



$$= \frac{1}{k} F(kx+b)$$

$$\int f(x) dx$$

$$x = \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

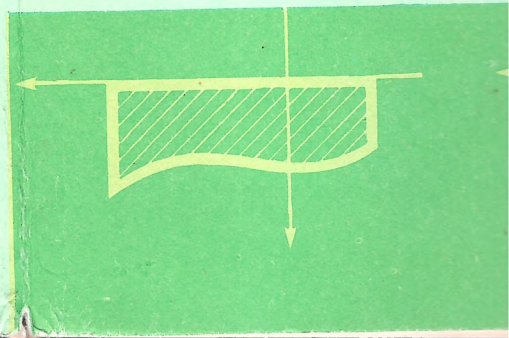
$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$$

$$-F(a)$$

$$F'(x) = f(x)$$



$$\frac{d^2 y}{dx^2} = a^{x-y}$$

$$d^2 x dy = a^{x+y}$$

$$a^0 = 1$$

$$\left(\frac{b}{a}\right)^x = \frac{b^x}{a^x}$$

$$(ab)^x = a^x b^x$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a \frac{y}{x} = \log_a y - \log_a x$$

$$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$a^{\log_a x} = x$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

$$\log_a x^p = p \log_a x$$

643

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\sqrt[n]{a^k} = (\sqrt[n]{a})^k$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

65 K.

